基于 MODCPSO 算法的三值 FPRM 电路面积与延时优化 *

王铭波 [1]，汪鹏君 [1†]，符 强 [1,2]，张会红 [1]

(1. 宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211; 2. 宁波大学科学技术学院, 浙江 宁波 315212)

摘 要：针对三值固定 RM(fixed polarity reed-muller，FPRM)逻辑电路面积与延时综合优化问题进行了研究，提出了一种基于竞争行为多目标离散粒子群算法(Multi-Objective Discrete Competitive Particle Swarm Optimization，MODCPSO)的极性搜索方案。首先在 MODCPSO 算法中，引入竞争行为机制，将种群划分为不同的团队，从各个团队中随机抽取两个粒子进行比较，令较差的粒子向着较好的粒子进行速度和位置的更新。同时引入变异机制，令种群粒子能够跳出局部最优解，继续更新进化。然后，结合三值 FPRM 极性转换技术和 MODCPSO 算法搜索电路面积与延时的最佳极性。最后，利用 PLA 格式的 MCNC Benchmark 电路实现算法测试，并与 DPSO 算法、MODPSO 算法进行了性能对比。实验结果验证了 MODCPSO 算法的有效性。

关键词：竞争行为机制；多目标离散粒子群算法；三值 FPRM 电路；极性搜索

中图分类号：TN79   doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2017.07.0709

Delay and area optimization for ternary FPRM circuits based on MODCPSO algorithm

Wang Mingbo[1], Wang Pengjun[1], Fu Qiang[1, 2], Zhang Huihong[1]

(1. *Dept. of Information Science & Engineering*, *Ningbo University*, *Ningbo Zhejiang* 315211, *China*; 2. *College of Science & Technology Ningbo University*, *Ningbo Zhejiang* 315212, *China*)

Abstract: To solve the area and delay synthesis optimization problem of ternary FPRM circuits, this paper proposed a multi-objective discrete competitive particle swarm optimization(MODCPSO) . Firstly, the algorithm introduced the competition mechanism. The population was divided into different teams, and two particles were randomly selected from each team for comparison, so that the poor particles update their speed and position towards the better particles. Meanwhile, the particles could avoid falling into local minima through mutation mechanism. Secondly, combined with the polarity conversion technique, MODCPSO would search the best polarity from the ternary FPRM circuits. Finally, the experiment result of PLA format MCNC Benchmark circuits shows that the MODCPSO algorithm has good performance in optimization, compared with the other algorithms.

Key Words: competitive mechanism; multi-objective discrete particle swarm optimization(MODCPSO); ternary FPRM circuit; polarity search

0 引言

Boolean 逻辑和 RM 逻辑是三值逻辑函数的两种主要表现形式。与传统的 Boolean 逻辑电路相比，基于 RM 逻辑的电路（如算术逻辑电路、奇偶校验电路等）在面积、功耗、速度和可测性等方面具有明显的优势。其中，三值固定极性是 RM 逻辑中一种常见的逻辑表达式。n 变量的 RM 逻辑函数共有 3^n 个三值 FPRM 表达式，每一种表达式繁简不一，对应电路的面积与延时也不相同。因此，极性对于电路面积与延时等性能指标具有重要影响[1]。

三值 FPRM 电路面积与延时最佳极性搜索问题是一个多目标优化问题。目前，国内外相关研究主要通过加权系数法[2,3]将该问题转换为单目标优化问题。但是，加权系数法存在几个问题：a)权重系数无法确定，设置不同的加权系数，最终结果可能不同；b)加权系数法对 Pareto 前沿曲线的形状较为敏感，较难获取前沿曲线凹区域的最优解；c)权重系数的选取需要先验知识，但是这些先验知识往往是未知的。因此，近年来有学者采用多目标优化思想综合优化电路的性能。如文献[4]采用 Pareto

基金项目：国家自然科学基金资助项目（61234002，61306041）；浙江省公益性技术应用研究计划资助项目（2016C31078）

作者简介：王铭波（1994-），男，浙江宁波人，硕士研究生，主要研究方向为高信息密度和低功耗集成电路理论及优化设计研究；汪鹏君（1966-），男（通信作者），浙江宁波人，教授，博导，博士，主要研究方向为高信息密度和低功耗集成电路理论及优化设计研究（wangpengjun@nbu.edu.cn）；符强（1975-），男，江西赣州人，讲师，博士研究生，主要研究方向为集成电路设计自动化、智能优化算法；张会红（1976-），河北定州人，副教授，硕导，博士，主要研究方向为控制理论与应用、低功耗集成电路理论与优化.

支配方式对 MPRM 电路面积和可靠性进行多目标优化。文献[5]提出了一种多目标离散粒子群算法求解大规模 FPRM 电路面积与延时优化问题。

粒子群算法、遗传算法、免疫算法均是用来解决组合优化问题较为有效的智能算法，被广泛应用于工程问题中[6-8]。其中，粒子群算法相比其他智能算法，具有鲁棒性好、收敛速度快等特点。因此，该算法在解决多目标优化问题中受到了越来越多的关注。但是，由于种群全局最优粒子牵引作用过强，算法容易发生过早收敛现象。于是，国内外学者提出了许多改进方案，并取得一定成果。如文献[9]提出一种多目标量子粒子群算法，采用共享学习机制和双势阱模型避免算法发生过早收敛的现象。文献[10]提出了一种分群多目标粒子群算法，采用方向向量法划分子区域，不同子区域采用不同的搜索策略进行寻优操作，保持算法的多样性。

鉴于此，为了弱化种群全局最优粒子的影响，本文提出了一种基于竞争行为的多目标离散粒子群算法，并用该算法求解三值 FPRM 电路面积与延时最佳极性搜索问题。首先，将电路极性映射为种群粒子；然后结合极性转换算法和面积与延时估算模型搜索三值 FPRM 电路最佳极性；最后选择多个 MCNC Benchmark 电路进行测试，验证算法的有效性。

1　三值表达式及面积与延时估算模型

1.1　三值 FPRM 表达式

任一 n 变量的三值逻辑函数 $f(x_n,x_{n-1},\ldots,x_0)$ 均有 3^n 个固定极性，每个极性对应一种三值 FPRM 逻辑表达式。极性 p 的三值 FPRM 表达式为

$$f^{p}(x_n,x_{n-1},\cdots,x_0)=\oplus\sum_{i=0}^{3^n-1} b_i\cdot\prod_{j=0}^{n-1}\dot{x}_j^{i_j} \tag{1}$$

其中：$\oplus\sum$ 为模 3 加运算；b_i 为与项系数，$b_i\in\{0,1,2\}$；i 为与项序数，用三进制可表示 $(i_n,i_{n-1},\ldots,i_0)$；p 为极性，可表示为 $(p_n,p_{n-1},\ldots,p_0)$；$\prod_{j=0}^{n-1}\dot{x}_j^{i_j}$ 为模 3 乘项，极性 p 和与项序数 i 决定了变量 $\dot{x}_j^{i_j}$ 的表示形式，如表 1 所示。

表 1　$\dot{x}_j^{i_j}$ 查找表

p_j	i_j	$\dot{x}_j^{i_j}$	p_j	i_j	$\dot{x}_j^{i_j}$	p_j	i_j	$\dot{x}_j^{i_j}$
0	0	1	1	0	1	2	0	1
0	1	x_j	1	1	$x_j\oplus 1$	2	1	$x_j\oplus 2$
0	2	x_j^2	1	2	$(x_j\oplus 1)^2$	2	2	$(x_j\oplus 2)^2$

当已知某一极性的三值 FPRM 表达式时，通过极性转换算法可以获得另一极性表达式。文献[11]提出了一种基于列表技术的极性转换算法，可以实现 Boolean 最小项与 RM 逻辑表达式的转换，以及不同极性 RM 逻辑表达式的转换。

1.2　面积与延时估算模型

在电路设计中，通常采用门电路单位延时模型来估算电路延时。首先将电路的多输入门分解为二输入模 3 加门和二输入模 3 乘门；然后将二输入门数表示电路面积，关键路径的传输延时和表示电路延时。对于一个二输入门 f 的输出延时 t_f 为

$$t_f=1+\max(t_{f_a},t_{f_b}) \tag{2}$$

其中:t_{f_a} 和 t_{f_b} 为节点 f 二输入门的输入延时。

多输入门的分解方式不同，电路延时也会不同，其中类 Huffman 算法[12]是获取电路最短延时的常用方法。对于分解后的电路网络，二输入模 3 加门数为 Mod_3A，模 3 乘门数为 Mod_3M，关键路径的二输入门总数为 $num(key)$。因此，三值 FPRM 电路的面积与延时模型分别为

$$area=\text{Mod_3A}+\text{Mod_3M} \tag{3}$$

$$delay=\sum_{f=1}^{num(key)} t_f \tag{4}$$

1.3　多目标优化模型

电路极性决定了电路面积与延时大小，只有获取最佳极性，才能综合优化电路的面积与延时。传统的加权系数法通过设置电路面积与延时的加权系数，将其转换为单目标优化问题搜索最佳极性。但是，电路面积与延时不一定呈现相同的变化趋势。因此，需要采用多目标优化方法综合优化面积与延时，得到目标函数为

$$\min F(p)=\min[area(p),delay(p)] \tag{5}$$

其中，$area(p)$ 和 $delay(p)$ 分别表示极性 p 对应电路面积和延时。

假设 p_1 和 p_2 为电路的两个极性，若 p_1 占优于 p_2，或者 p_1 支配 p_2，记做 $p_1\succ p_2$。当且仅当

$$\left.\begin{array}{l} area(p_1)\le area(p_2) \\ delay(p_1)\le delay(p_2) \end{array}\right\} \tag{6}$$

若极性 p_1 不被其他极性支配，则 p_1 为满足面积与延时 Pareto 关系的最佳极性之一，而 Pareto 最优解集则是所有 Pareto 最佳极性的集合。

2　基于 MODCPSO 算法的三值 FPRM 电路面积与延时优化

2.1　多目标离散粒子群算法

粒子群算法是一种模拟鸟类捕食行为的群智能算法。在寻优过程中，粒子通过跟踪个体最优粒子 p_i 和全局最优粒子 p_g，改变自身飞行速度和位置，从而达到算法寻优的效果。假设在 D 维搜索空间中，第 i 个粒子的速度 $v_i=(v_{i1},v_{i2},\ldots,v_{iD})$，位置 $x_i=(x_{i1},x_{i2},\ldots,x_{iD})$，个体最优粒子 $p_i=(p_{i1},p_{i2},\ldots,p_{iD})$，全局最优粒子 $p_g=(p_{g1},p_{g2},\ldots,p_{gD})$。在算法迭代过程中，粒子的速度和位置更新公式如式(7)和(8)所示。

$$v_{id}(t+1)=\omega v_{id}(t)+c_1r_1(p_{id}(t)-x_{id}(t))+c_2r_2(p_{gd}(t)-x_{id}(t)) \tag{7}$$

$$x_{id}(t+1)=round\left(\frac{M}{1+e^{-v_{id}(t+1)}}\right)+(M-1)\cdot k\cdot r_3 \tag{8}$$

其中：ω 为惯性权重因子；c_1 和 c_2 为学习因子；r_1、r_2 和 r_3 为[0,1]范围的随机数；$round(x)$表示对 x 进行取整操作；M 为 x_{id} 取值状态；k 为随机整数。

设置外部档案库用来存放当前迭代获取的 Pareto 最优解集，并采用轮盘赌的方式从外部档案库中选取全局最优粒子 p_g。在下一次迭代过程中，将外部档案粒子与种群粒子进行非支配关系比较，更新外部档案。当外部档案中的粒子数超过了档案库规模时，通过删减拥挤度较大粒子来保持外部档案库粒子的均匀分布性。

在多目标离散粒子群(multi-objective discrete particle swarm optimization, MODPSO)算法中，由于全局最优粒子对种群个体的牵引作用过强，导致算法容易发生过早收敛的现象。因此，为了改善这一问题，引入竞争行为机制，提出了一种基于竞争行为的多目标离散粒子群算法。

2.2　基于竞争行为机制的多目标离散粒子群算法

在 MODPSO 算法中，由于每个粒子所受到的牵引作用过于集中，因此导致算法容易陷入局部最优解。图 1 所示为 MODPSO 算法搜索多峰函数最小值的动态搜索图。在图 1 中，无论粒子 $x_1(t)$或 $x_2(t)$是否在局部最优解的搜索空间范围内，由于全局最优粒子 $p_g(t)$和个体最优粒子 $p_1(t)$、$p_2(t)$的影响，最终将令 $x_1(t)$和 $x_2(t)$陷入局部最优解，导致种群发生过早收敛的现象。

鉴于此，本文引入竞争行为机制，首先将种群平均划分为两个团队，然后从两个团队中各自随机抽取一个粒子进行比较，令较差粒子 $x_l(t)$向着较好粒子 $x_w(t)$进行速度和位置的更新，如图 2 所示。通过两个团队之间信息的相互交流，使得粒子 $x_l(t)$能够跳出局部最优解的搜索空间，有效避免了由于全局最优粒子和个体最优粒子的集中作用而引起种群过早趋同问题。其中，较差粒子 $x_l(t)$的速度更新公式如下所示：

$$v_{ld}(t+1)=\omega v_{ld}(t)+c_1r_1(x_{wd}(t)-x_{ld}(t))+c_2r_2(mean(x_d(t))-x_{ld}(t)) \tag{9}$$

其中：v_{ld}、x_{ld} 为较差粒子速度和位置；x_{wd} 为较好粒子位置；$mean(x_d)$为种群粒子位置的平均值，有利于粒子个体向种群团队获取进化信息。根据式(9)可知，通过不同粒子的比较，较好粒子和种群其他粒子将共同影响较差粒子速度和位置的更新。

为了增强算法的多样性，本文引入了变异机制。由于种群粒子位置采用三进制编码方式，所以在变异过程中，本文采用基因位变异方式。设置变异概率 P_m 和[0~1]范围的随机数 c_d，若 $c_d\geq P_m$，对粒子第 d 位进行变异，将原值 0 变为 1，1 变为 2，2 变为 0；若否，则对该位不进行变异操作。

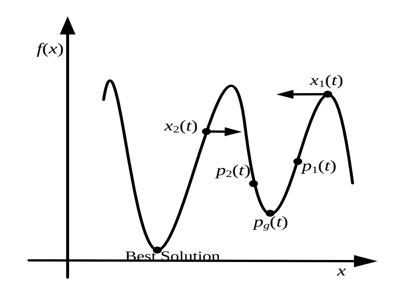


图 1　MODPSO 算法动态搜索图

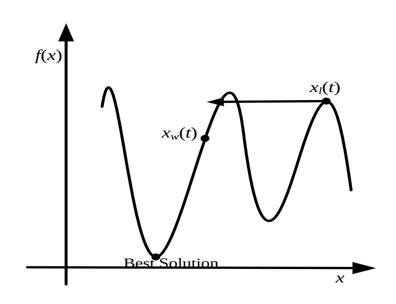


图 2　MODCPSO 算法动态搜索图

2.3　基于 MODCPSO 算法的三值 FPRM 电路面积与延时最佳极性搜索方案

a)初始化种群粒子和个体最优粒子的速度和位置，并计算每个粒子对应电路的面积和延时；

b)计算种群粒子的非支配关系(rank)，并将存在 Pareto 非支配关系的粒子放入外部档案库(rep)；

c)将种群平均分为两个团队，各从两个团队中随机抽取一个粒子进行比较；

d)若两个粒子存在优劣关系，根据式(8)、(9)更新较差粒子的速度和位置，并计算相应电路面积与延时；若不存在优劣关系，对两个粒子同时进行变异操作，并计算电路面积与延时；

e）重复步骤 c)d)，直至团体中所有粒子均已完成比较操作；

f)将更新后的种群粒子与 rep 中的粒子一同计算非支配关系，并更新 rep 解集；

g）若 rep 中的粒子数超过了档案规模，删减拥挤度较大的粒子；

h)重复步骤 c)~g)，直至最大迭代次数，输出 rep 中粒子的面积与延时。

算法的时间复杂度为 O(N^2)，N 为种群粒子数。

3　实验数据与分析

为验证 MODCPSO 算法求解三值 FPRM 电路面积与延时最佳极性搜索问题的有效性，将 MODCPSO 算法与文献[5]的 MODPSO 算法和文献[12]的离散粒子群算法(Discrete Particle Swarm Optimization, DPSO)进行性能对比。参数设置如下：DPSO 算法采用加权系数法搜索最优极性，权重系数均为 0.5；

MODPSO 和 MODCPSO 算法采用多目标优化方法搜索最优极性解集，外部档案规模为 20。其他参数：学习因子 $c_1=c_2=2.0$，种群规模为 40，最大迭代次数为 120 代，惯性权重 ω 最大值和最小值分别为 0.9、0.4，最大飞行速度为 4.0，k=0.2，M=3。

表 2 给出了三种算法各自运行 MCNC Benchmark 电路获取最佳极性的电路面积和延时。其中，"*name*" 和 "*input*" 表示电路名称和输入变量数，"*area*" 和 "*delay*" 表示三种算法各自运行 5 次最佳极性电路面积和延时的累加值，"*area%*"和"*delay%*" 表示面积和延时优化率，计算公式：

$$area\%=\frac{area1(area2)\text{-}area3}{area3} \tag{10}$$

$$delay\%=\frac{delay1(delay2)\text{-}delay3}{delay3} \tag{11}$$

其中：*area*1(*delay*1)、*area*2(*delay*2)、*area*3(*delay*3)表示 DPSO、MODPSO 和 MODCPSO 搜索到最佳极性电路面积和延时。

MODPSO 与 MODCPSO 算法采用多目标优化方法搜索最优极性解集，在实验结果比较过程中较难验证算法的优劣性。因此需要对 Pareto 解集进行处理，选取一个综合优化电路面积与延时的极性进行结果对比。本文采用归一化机制，计算 Pareto 解集中每个极性的 *fitness*，并将 *fitness* 最小的极性作为最佳极性进行比较，*fitness* 计算公式如下：

$$fitness_i=\frac{area_i}{\sum_{i=1}^{m} area_i}+\frac{delay_i}{\sum_{i=1}^{m} delay_i} \tag{12}$$

其中：*m* 为 Pareto 解集中最优解的个数。

从表 2 测试结果可以看出，MODCPSO 算法与 DPSO、MODPSO 算法相比，MODCPSO 算法能搜索到更小面积和更短延时电路的极性。对于 newtpla 电路，MODCPSO 算法比其他两种算法面积的优化率分别为 18.99%和 17.67%。虽然在 misex1 电路测试中，MODCPSO 算法搜索的最佳极性电路面积有所增加，但是就整体测试结果而言，MODCPSO 算法比 DPSO 和 MODPSO 算法，面积与延时平均优化率分别为 6.57%、0.83%和 4.56%、1.12%。最后，将三种算法 5 次迭代结果进行方差计算，DPSO 算法面积与延时方差分别为 33.07 和 0.22，MODPSO 算法的方差分别为 26.21 和 0.15，MODCPSO 算法的方差分别为 15.20 和 0.13，表现出了 MODCPSO 算法良好的鲁棒性。

表 2　MODCPSO 算法与其他算法最优极性的实验数据和优化率

benchmark		DPSO		MODPSO		MODCPSO		MODCPSO 相对 DPSO 的优化率		MODCPSO 相对 MODPSO 的优化率	
name	*input*	*area*	*delay*	*area*	*delay*	*area*	*delay*	*area %*	*delay%*	*area %*	*delay%*
p82	5	183	38	175	40	175	38	4.57%	0.00%	0.00%	5.26%
z4ml	7	611	47	604	48	585	46	4.44%	2.17%	3.25%	4.35%
inc	7	652	50	638	49	635	49	2.68%	2.04%	0.47%	0.00%
dc2	8	320	45	321	45	310	45	3.23%	0.00%	3.55%	0.00%
luc	8	242	40	245	42	240	40	0.83%	0.00%	2.08%	5.00%
misex1	8	375	45	378	45	390	45	-3.85%	0.00%	-3.08%	0.00%
newcond	11	7287	66	7584	65	7202	65	1.18%	1.54%	5.30%	0.00%
t4	12	316	45	297	45	275	45	14.91%	0.00%	8.00%	0.00%
br1	12	563	46	563	45	515	45	9.32%	2.22%	9.32%	0.00%
table3	14	30194	76	29544	75	28147	75	7.27%	1.33%	4.96%	0.00%
dk48	15	12800	71	12398	70	11505	70	11.26%	1.43%	7.76%	0.00%
newtpla	15	9864	70	9755	70	8290	70	18.99%	0.00%	17.67%	0.00%
cm163a	16	1181	55	1135	55	1135	55	4.05%	0.00%	0.00%	0.00%
average save%								6.57%	0.83%	4.56%	1.12%

为了更好地观察 MODCPSO 算法的搜索性能，将 13 个测试电路在 5 次迭代过程中面积与延时的最优解分别进行累加，分析三种算法的进化过程，如图 3 和 4 所示。

从图 3 和 4 中可以看出，DPSO 和 MODPSO 算法在早期迭代过程中便已经收敛，陷入了局部最优解，但是 MODCPSO 算法还能继续更新进化。同时，MODCPSO 算法比 DPSO 和 MODPSO 算法能搜索到更优的极性，电路面积与延时更小。

4　结束语

针对三值 FPRM 电路面积与延时最佳极性搜索问题，本文提出了一种基于 MODCPSO 算法的极性搜索方案：在种群寻优的过程中，采用竞争行为机制，将种群划分为两个团队，令两个团队中的粒子进行比较，较差的粒子向着较好的粒子进行更新操作，避免算法发生过早收敛的现象。同时，引入变异机制令种群粒子能够跳出局部最优解，提高算法的优化性能。最后，通过 13 个 Benchmark 电路进行仿真测试，实验结果表明：与 DPSO 和 MODPSO 算法搜索到的最优极性相比，MODCPSO 算法具有更好的优化效率和鲁棒性。

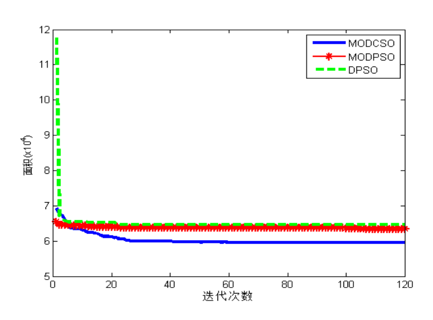


图 3 面积迭代进化曲线

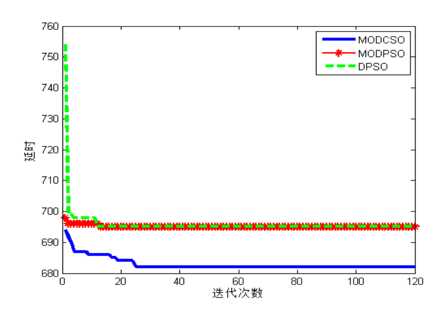


图 4 延时迭代进化曲线

参考文献：

[1] Vijayakumari C K, Mythili P, James R K, et al. Optimal design of combinational logic circuits using genetic algorithm and reed-muller universal logic modules [C]// Proc of International Conference on Embedded Systems. 2014: 1-6.

[2] Wang Pengjun, Li Kangping, Zhang Hhuihong. PMGA and its application in area and power optimization for ternary FPRM circuit [J]. Journal of Semiconductors, 2016, 37 (1): 126-130.

[3] 马雪娇，厉琼莹，夏银水，等. 基于双逻辑门级图形表示的功耗优化技术 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2017, 29 (3): 509-518.

[4] 卜登立，江建慧. 基于 Pareto 支配的 MPRM 电路面积与可靠性优化 [J]. 电子学报, 2016, 11 (11): 2653-2659.

[5] 符强，汪鹏君，童楠，等. 基于 MODPSO 算法的 FPRM 电路多约束极性优化方法 [J]. 电子与信息学报, 2017, 39 (3): 717-723.

[6] Wang Mingan, Shuo Feng, He Chunhui, et al. An artificial immune system algorithm with social learning and its application in industrial PID controller design [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2017, 2017 (2017) 1-13.

[7] Ni Qingjian, Pan Qianqian, Du Huimin, et al. A novel cluster head selection algorithm based on fuzzy clustering and particle swarm optimization [J]. IEEE//ACM Trans on Computational Biology and Bioinformatics, 2017, 14 (1): 76-84.

[8] Keshanchi B, Souri A, Navimipour N J. An improved genetic algorithm for task scheduling in the cloud environments using the priority queues: formal verification simulation, and statistical testing [J]. Journal of Systems and Software, 2017, 124 (2): 1-21.

[9] Xu Suhui, Mu Xiaodong, Dong Chai, et al. Multi-objective quantum-behaved particle swarm optimization algorithm with double-potential well and share-learning [J]. Optik: International Journal for Light and Electron Optics, 2016, 127 (12): 4921-4927.

[10] Dai Cai, Wang Yuping, Ye Miao. A new multi-objective particle swarm optimization algorithm based on decomposition [J]. Information Sciences, 2015, 325 (2015): 541-557.

[11] Yu Haizhen, Wang Pengjun, Zhang Yuejun. A ternary polarity conversion technique for fixed polarity Reed-Muller expansions [C]// Proc of International Conference on Signal Processing. 2016: 1-5.

[12] 王振海，汪鹏君，俞海珍，等. 基于 PSO 算法的 FPRM 电路延时与面积优化 [J]. 电路与系统学报, 2012, 17 (5): 75-80.